

اثرات بس ذره‌ای در انتقال حرارت به شیوه تابش

مولاداد نیکبخت · سرویه احمدیان · علیرضا هاشمی

ایران، زنجان، دانشگاه زنجان، دانشکده علوم، گروه فیزیک، کدپستی: ۳۸۷۹۱-۴۵۳۷۱

ایمیل: mnik@znu.ac.ir

چکیده. انتقال حرارت به شیوه تابش امواج الکترومغناطیسی، یکی از روش‌های متداول جابجایی انرژی میان اجسام است. در این مقاله با استفاده از نظریه‌ی انتقال حرارت تابشی بس ذره‌ای و تقریب دوقطبی الکتریکی به بررسی نقش چینش ذرات بر انتقال حرارت در سامانه‌های بس ذره‌ای پرداخته شده است. محاسبات انتقال حرارت به فرکتال‌های ویچک محدود شده و نتایج با ساختار منظم یک بعدی مقایسه شده است. مشاهده شده است که رسانش حرارتی بین ذرات به نحوه چیدمان آنها در سامانه بستگی دارد. علاوه بر این نشان داده شده است که رسانش حرارتی میان ذراتی که فاصله بیشتری از یکدیگر دارند، در مقایسه با ذرات نزدیک به یکدیگر، بسیار کمتر است و میزان این کاهش به چیدمان ذرات در سامانه بستگی دارد. نتایج نشان می‌دهند که این کاهش در سامانه‌های منظم نامحسوس است و انتقال حرارت در این سامانه‌ها شکل بلند دارد. در مقابل مشاهده می‌شود که انتقال حرارت در سامانه‌های فرکتالی کوتاه برد است. مشاهده شده است که محدوده‌ی برد انتقال حرارت در ساختارهای مختلف با رابطه‌ی مقیاس‌بندی تابع همبستگی دو نقطه‌ای بر حسب فاصله ارتباط دارد.

واژه‌های کلیدی: اثرات بس ذره‌ای، انتقال حرارت تابشی، نانو ساختار، دوقطبی، فرکتال، جایگزیدگی.

Radiative heat transfer: many-body effects

Moladad Nikbakht, Serviyeh Ahmadian, Alireza Hashemi
Department of physics, University of zanjan, Zanjan, Iran;
email: mnik@znu.ac.ir

Abstract. Heat transfer by electromagnetic radiation is one of the common methods of energy transfer between objects. Using the fluctuation-dissipation theorem, we have studied the effect of particle arrangement in the transmission of radiative heat in many-body systems. In order to show the effect of the structure morphology on the collective properties, the radiative heat transfer is studied and the results are compared for fractal and periodic structures. The calculations for fractals are restricted to the fractal structures based on vicsek model. It is shown that the thermal conductance can be large even for far apart particles in periodic structures. In contrast, it is shown that fractal arranged nanoparticles display complex radiative behavior related to their scaling properties, and heat flux is not of large-range character in such structures.

Keywords: many-body effects, radiative transfer, nano-structures, dipole, fractal

۱ مقدمه

انتقال حرارت تابشی فرایندی است که در آن دو جسم از طریق گسیل و جذب امواج الکترومغناطیسی با یکدیگر انرژی مبادله می‌کنند. نظریه‌ی تابش جسم سیاه، ساده‌ترین نظریه برای بررسی انتقال حرارت تابشی است. این نظریه ابزار قدرتمندی برای مطالعه انتقال انرژی میان اجسام در ابعاد و فواصل ماکروسکوپی در اختیار محققان قرار می‌دهد. اما مطالعات نظری

صورت گرفته بر روی انتقال حرارت به شیوه تابش میان اجسام با فاصله‌های چند نانومتری از یکدیگر (محدوده میدان نزدیک) با نظریه تابش جسم سیاه قابل توجیه نیست [۱]. محدوده میدان نزدیک انتقال حرارت محدوده‌ای است که در آن فاصله‌ی بین اجسام بسیار کوچکتر از طول موج حرارتی باشد. از لحاظ نظری، مسائل مربوط به انتقال حرارت در رژیم میدان نزدیک غالباً در چارچوب الکترودینامیک نوسانی که ترکیبی از تئوری موج الکترومغناطیسی ماکسول با قضیه‌ی افت و خیز اتلاف است، حل می‌شوند [۲]. برای محدوده‌ی تابشی میدان دور، روابط تابش جسم سیاه و استفان-بولتزمن با تقریب خوبی برای محاسبه‌ی انتقال حرارت تابشی درست هستند. اما برای فواصل قابل مقایسه یا کوچکتر از طول موج حرارتی، انتقال حرارت به طور چشمگیری افزایش پیدا می‌کند. در واقع در محدوده‌ی میدان نزدیک مقدار انتقال حرارت چندین مرتبه بزرگتر از مقدار پیش‌بینی شده توسط قانون استفان بولتزمن است که هم به صورت تئوری [۳] و هم تجربی [۴] نشان داده شده است. این افزایش چشمگیر شار حرارتی در فواصل جدایی کوچک را به ویژگی‌های میدان نزدیک در این مقیاس و تونل‌زنی امواج میرا نسبت می‌دهند.

چنانچه اجسامی که تبادل انرژی به شیوه تابش می‌دهند ابعاد نانومتری داشته باشند، انتقال حرارت تابشی از ویژگی‌های اپتیکی آن‌ها در مقیاس نانو نیز متأثر خواهد بود. این ویژگی‌ها باعث می‌شوند انتقال حرارت تابشی در ابعاد نانو اهمیت زیادی داشته باشند و در زمینه‌هایی چون انتقال انرژی [۵]، تصویربرداری [۶] و خنک‌کننده‌های تابشی [۷] مورد توجه قرار بگیرند. بنابراین مطالعه‌ی انتقال حرارت در این سامانه‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در یک دهه گذشته مطالعات زیادی بر روی انتقال حرارت در سامانه‌ی دو ذره‌ای و عوامل مؤثر بر آن صورت گرفته است و تأثیر عواملی مانند اندازه، جنس ذرات و محیط اطراف آن‌ها، جهت‌گیری نسبی و فاصله، در انتقال حرارت مورد واکاوی قرار گرفته است [۸، ۹]. یکی دیگر از عوامل تأثیر گذار در انتقال حرارت، اثرات بس‌ذره‌ای است. چنانچه تعداد ذرات موجود در سامانه از $N=2$ بیشتر باشد، انتقال حرارت میان هر یک از زوج ذرات داخل سامانه از حضور دیگر ذرات تأثیر می‌پذیرد. این تأثیر ناشی از سهم انتقال غیر مستقیم انرژی (پراکنده‌های متوالی امواج تابشی یک ذره پیش از رسیدن به ذره دیگر) میان ذرات است. به عنوان نمونه، اضافه شدن ذره سوم به یک سامانه دو ذره‌ای مورد بررسی قرار گرفته و نشان داده شده که انتقال حرارت بین دو ذره از حضور ذره سوم تأثیر می‌پذیرد و اندازه آن را می‌توان با تغییر موقعیت فضایی ذره سوم کنترل نمود [۱۰]. هر چند افزایش تعداد ذرات در سامانه، نقشی اساسی در تعیین ویژگی‌های انتقال حرارت در سامانه دارد، نحوه چیدمان ذرات در سامانه از اهمیت بالاتری برخوردار است. در این مقاله به بررسی انتقال حرارت در یک سامانه بس‌ذره‌ای با تعداد ذرات بالا می‌پردازیم. به منظور مطالعه اثر چیدمان ذرات بر خصوصیات حرارتی سامانه، انتقال حرارت در سامانه فرکتالی را با سامانه منظم مقایسه می‌کنیم.

سامانه با چیدمان فرکتالی، سامانه‌ای است که تقارن مقیاس بندی دارد به گونه‌ای که بزرگنمایی هر بخش از آن، حداقل به طور تقریبی، یک کپی تعدیل یافته از کل شکل باشد. اکثر ساختارهای موجود در طبیعت با وجود اینکه منظم نیستند، اما خود متشابه هستند یعنی اگر یک قسمت از آن‌ها را بزرگ کنیم، مشابه کل ساختار است. این ساختارها در هندسه‌ی اقلیدسی که به بررسی ساختارهای منظم می‌پردازد، قابل توصیف نیستند و برای توصیف آن‌ها باید از هندسه‌ی فرکتالی استفاده کنیم. بنابراین فرکتال‌ها در فیزیک که علم مطالعه‌ی طبیعت است، اهمیت زیادی دارند. در دهه‌های اخیر مطالعه خواص اپتیکی ساختارهای فرکتالی رشد روزافزونی داشته است. مطالعات دانشمندان گویای این امر است که ساختارها با چینش فرکتالی خصوصیات اپتیکی کاملاً متفاوت با ساختارهای توده‌ای از خود نشان می‌دهند. از آنجایی که خصوصیات انتقال حرارت در سامانه‌ها، به گونه‌ای با ویژگی‌های اپتیکی ساختار در ارتباط است، انتظار می‌رود که انتقال حرارت در سامانه‌های فرکتالی با دیگر ساختارها متفاوت باشد. در این مقاله، با مروری بر مدل دوقطبی‌های افت و خیز کننده، معادله حاکم بر انتقال حرارت در سامانه‌های بس‌ذره‌ای ارائه شده است. در ادامه تأثیر چینش فرکتالی نانوذرات بر انتقال حرارت را با چینش منظم نانوذرات مورد مقایسه قرار خواهیم داد.

۲ روابط حاکم بر انتقال حرارت تابشی در سامانه‌های بس‌ذره‌ای

سامانه‌ای متشکل از N ذره در مکانهای \mathbf{r}_i در نظر می‌گیریم. به منظور سادگی فرض می‌شود که نانوذرات هم جنس (نقره) و کروی با شعاعهای یکسان $R_i = 10 \text{ nm}$ باشند. برای محاسبه‌ی انتقال حرارت تابشی از نظریه‌ی الکترودینامیک نوسانی و تقریب دوقطبی‌های افت و خیز کننده استفاده می‌کنیم. در این مدل، تابش ذره شماره i (با دمای T_i) با دوقطبی‌های افت و خیز کننده \mathbf{P}_i^{fluc} تقریب زده می‌شود [۱۱]. میدان الکتریکی تابش شده توسط تمامی ذرات موجود در سامانه در محل

نانوذره i ام به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{E}_i = (k^y / \epsilon_0) \sum_{j=1}^N \hat{\mathbf{G}}_{ij} \mathbf{P}_j, \quad (1)$$

که در این رابطه \mathbf{P}_j دوقطبی کل در محل نانوذر j ام، $\hat{\mathbf{G}}_{i \neq j}$ ، تابع گرین دودویی فضای آزاد، $\hat{\mathbf{G}}_{ii} = \hat{\mathbf{G}}_0 = i \frac{k}{\rho \pi} \hat{\mathbf{1}}$ و $k = \omega/c$ هستند. مطابق با این رابطه، میدان موضعی در محل هر نانوذر با جمع میدانهای تابشی تمام نانوذرات در محل آن نانوذر بدست می‌آید. از آنجا که برای تمامی ذرات موجود در سامانه تعداد N معادله به شکل فوق داریم، معادله ۱ را می‌توان به صورت فشرده زیر بازنویسی کرد:

$$\vec{\mathbf{E}} = (k^y / \epsilon_0) \hat{\mathbf{G}} \vec{\mathbf{P}}. \quad (2)$$

در این رابطه $\hat{\mathbf{G}}$ ماتریس $3N \times 3N$ است که درایه های آن را توابع گرین دودویی میان ذرات تشکیل می‌دهند. از سویی دیگر دوقطبی کل در محل نانوذر i ام به صورت زیر است:

$$\mathbf{P}_i = \mathbf{P}_i^{ind} + \mathbf{P}_i^{fluc}. \quad (3)$$

که در این رابطه \mathbf{P}_i^{fluc} دوقطبی افت و خیز کننده نسبت داده شده به آن و \mathbf{P}_i^{ind} دوقطبی القا شده در آن به واسطه تابش دیگر ذرات موجود در سامانه است. برای ذره با قطبش پذیری α ، دوقطبی القا شده عبارتست از:

$$\mathbf{P}_i^{ind} = k^y \alpha \sum_{j \neq i}^N \hat{\mathbf{G}}_{ij} \mathbf{P}_j. \quad (4)$$

از آنجایی که جنس و اندازه تمامی نانوذرات موجود در انبوهه را یکسان در نظر گرفته ایم، قطبش پذیری تمامی آنها یکسان خواهد بود:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_N = \alpha \quad (5)$$

از آنجایی که نانوذرات بکار رفته در مدل سازی کروی هستند، از مدل لورنتز برای قطبش پذیری ذرات استفاده می‌کنیم:

$$\alpha = v \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \quad (6)$$

که v حجم نانوذرات و ϵ تابع دی الکتریک نانوذرات است. برای نانوذرات نقره بکار رفته در این پژوهش از مدل درود برای تابع دی الکتریک نانوذرات استفاده شده است:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_{int} - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\Gamma)} \quad (7)$$

که در این رابطه $\epsilon_{int} = 3/7 eV$ ، $\Gamma = 0.02 eV$ و $\omega_p = 9/2 eV$ هستند. با استفاده از معادلات ۳ و ۴، معادله حاکم بر دوقطبی‌های سامانه را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\vec{\mathbf{P}} = \vec{\mathbf{P}}^{fluc} + k^y \alpha \hat{\mathbf{W}} \vec{\mathbf{P}}, \quad (8)$$

که در این رابطه، $\hat{\mathbf{W}}$ ماتریسی مشابه با $\hat{\mathbf{G}}$ است که بلوکهای قطر اصلی آن هستند. با حل همزمان دستگاه معادلات ۲ و ۸، خواهیم داشت:

$$\vec{\mathbf{P}} = \hat{\mathbf{A}} \vec{\mathbf{P}}^{fluc}, \quad \vec{\mathbf{E}} = \hat{\mathbf{C}} \vec{\mathbf{P}}^{fluc}, \quad (9)$$

که

$$\begin{aligned}\hat{\mathbb{A}} &= (\hat{\mathbb{I}} - k^\nu \alpha \hat{\mathbb{W}})^{-1} \\ \hat{\mathbb{C}} &= (k^\nu / \epsilon_0) \hat{\mathbb{G}} \hat{\mathbb{A}}.\end{aligned}\quad (10)$$

مطابق با معادله ۹، دوقطبی کل و میدان موضعی در محل هر یک از نانوذرات به دوقطبی‌های افت و خیز کننده سامانه مرتبط می‌شوند. با دانستن میدان موضعی و دوقطبی کل نانوذره i ام، توان اتلاف شده در آن به صورت زیر تعریف می‌شود: [۱۰]

$$\mathcal{P}_i = \langle \mathbf{E}_i^*(t) \cdot \dot{\mathbf{P}}_i(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \omega \frac{d\omega}{2\pi} \text{Im}[\langle \mathbf{E}_i^*(\omega) \cdot \mathbf{P}_i(\omega) \rangle]. \quad (11)$$

در این رابطه $\langle \dots \rangle$ متوسط زمانی است. به منظور محاسبه انتگرال ده رابطه فوق از تئوری افت و خیز اتلاف بهره می‌گیریم. مطابق با این تئوری، متوسط زمانی تابع همبستگی دوقطبی‌های افت و خیز کننده به صورت زیر است [۱۲]:

$$\langle P_{j',\beta'}^{*fluc} \cdot P_{j,\beta}^{fluc} \rangle = \frac{2\pi\epsilon_0}{\omega} \delta_{jj'} [\Theta(\omega, T_j)] \text{Im}(\alpha), \quad (12)$$

در این رابطه $\Theta(\omega, T) = \hbar\omega / [e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1]$ انرژی نوسانگر پلانک است. با جایگذاری میدان الکتریکی و دوقطبی کل ذره i ام (بر حسب دوقطبی‌های افت و خیز کننده) در رابطه ۱۱ و استفاده از رابطه ۱۲، توان مبادله شده میان دو ذره دلخواه i و j در سامانه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathcal{H}_{i,j} = \text{Im} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\pi} \epsilon_0 \text{Tr}[\hat{\mathbb{A}}_{ij} \hat{\mathbb{C}}_{ij}^\dagger] \text{Im}(\alpha) |\Theta(\omega, T_j) - \Theta(\omega, T_i)| \quad (13)$$

که در حد $T_i \sim T_j \sim T$ رسانش حرارتی میان این دو ذره عبارت است از:

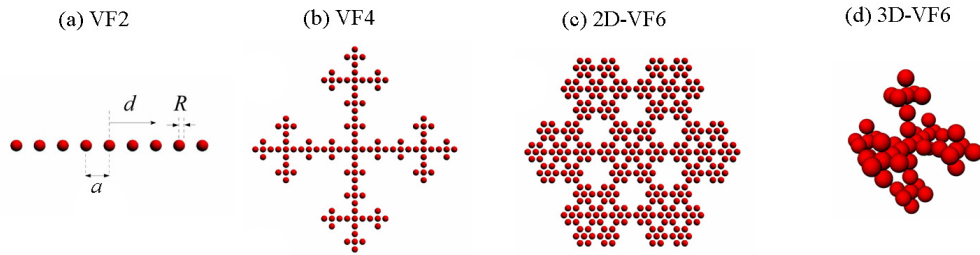
$$\mathcal{G}_{ij} = \text{Im} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\pi} \epsilon_0 \text{Tr}[\hat{\mathbb{A}}_{ij} \hat{\mathbb{C}}_{ij}^\dagger] \text{Im}(\alpha) \frac{\partial \Theta(\omega, T)}{\partial T}, \quad (14)$$

با استفاده از رابطه فوق میتوان رسانش حرارتی میان هر یک از زوج ذرات داخل سامانه را محاسبه نمود. بدیهی است که معادله فوق نه تنها به فاصله میان ذره i ام و j ام ($d = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$) وابسته است، بلکه موقعیت فضایی این دو ذره در سامانه نیز بر رسانش حرارتی آنها تاثیرگذار خواهد بود.

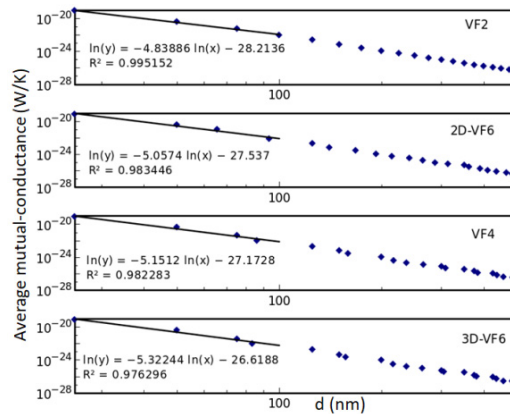
۳ فرکتال ویچک

به منظور بررسی تاثیر چیدمان نانوذرات موجود در یک ساختار بر انتقال حرارت و مقایسه خصوصیات انتقال حرارت در ساختارهای فرکتالی و غیرفرکتالی، از ساختار فرکتالی ویچک که یک فرکتال قطعی و اکیداً خود متشابه است [۱۳]، استفاده شده است. فرکتال ویچک با مشخصه F (تعداد نزدیک‌ترین همسایه‌های ذره واقع در هسته مرکزی) شناخته می‌شود. در شکل ۱ تصویری از ساختارهای فرکتالی ویچک به ازای حالت‌های $F=2(VF2)$ ، $F=4(VF4)$ و $F=6(VF6)$ نمایش داده شده است. علاوه بر این، فرکتال $F=6(3D-VF6)$ نیز مشابه با $F=6(2D-VF6)$ دارای شش همسایه نخست است اما شکل سه بعدی دارد.

همانطور که مشاهده می‌شود این ساختارها کاملاً خود متشابه هستند و تقارن مقیاس بندی دارند. با این حال، ساختار با $F=2$ ساختاری تناوبی است که تقارن انتقالی دارد. بعد فرکتالی این ساختارها با $D_f = \ln(F+1)/\ln(3)$ داده می‌شود. همانطور که انتظار می‌رود، ساختار منظم یک بعدی $VF2$ ، بعد فرکتالی $D_f = 1$ دارد. بعد فرکتالی ساختارهای $VF4$ و $VF6$ نیز به ترتیب $D_f = 1/46$ و $D_f = 1/77$ است. ساختارهای $2D-VF6$ و $3D-VF6$ بعد فرکتالی یکسان دارند. به منظور تمایز بین این دو ساختار می‌توان از نمای تابع همبستگی دو نقطه‌ای این ساختارها استفاده کرد. طبق تعریف، احتمال پیدا کردن دو ذره به فاصله d از یکدیگر در یک سامانه با تابع همبستگی دوقطبی $[C(d) \propto d^\gamma]$



شکل ۱: شماتیک چیدمان ذرات در ساختارهای فرکتالی ویچک. هر فرکتال با عدد مشخصه F که نشان دهنده تعداد نزدیکترین همسایه‌های هسته اولیه ساختار است، معرفی می‌شود. (a) VF2، (b) VF4، (c) VF6، (d) 2D-VF6، (e) 3D-VF6. فاصله ذرات مجاور (نقاط شبکه) a ، فاصله میان دو ذره دلخواه در سامانه d و شعاع ذرات R هستند.



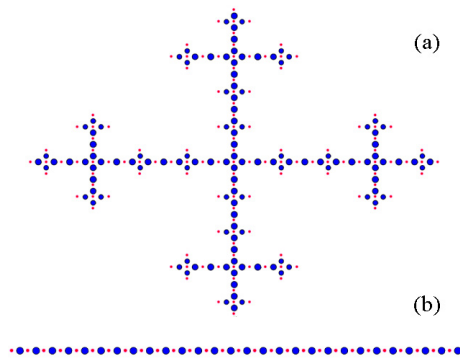
شکل ۲: رسانش حرارتی میان ذرات در ساختارهای فرکتالی ویچک بر حسب فاصله زوج ذرات داخل هر انبوهه. شیب خط برازش شده بر هر نمودار نشان دهنده نرخ کاهش رسانش حرارتی بر حسب فاصله ذرات در هر ساختار است.

متناسب است، که $\gamma = D_f - D$ و D بعد فضای اقلیدسی است که ساختار در آن جای گرفته است. مطابق با این تعریف، نمای تابع همبستگی ساختارهای ویچک برابر با $\gamma_{VF2} = 0$ ، $\gamma_{VF4} = -0.54$ ، $\gamma_{VF6} = -0.23$ و $\gamma_{3D-VF6} = -0.23$ هستند. مشاهده می‌شود که مطابق با این تعریف، تابع همبستگی (احتمال حضور دو ذره به فاصله d از یکدیگر در ساختار) آرایه یک بعدی مقداری ثابت است. در مقابل تابع همبستگی (احتمال حضور دو ذره به فاصله d از یکدیگر) در ساختارهای VF4 و VF6 با افزایش d کاهش می‌یابند.

۴ رسانش تابشی در ساختارهای فرکتالی و غیرفرکتالی

به منظور بررسی تاثیر چیدمان نانوذرات بر انتقال حرارت، از نانوذرات نقره با شعاع‌های یکسان $R = 10 \text{ nm}$ در ساختارهای فرکتالی با فواصل شبکه‌ای $a = 25 \text{ nm}$ و $N = 700$ ذره استفاده شده‌اند (به شکل ۱ مراجعه شود). با استفاده از معادله ۱۴ رسانش حرارتی میان نانوذرات موجود در هر ساختار در دمای $T = 300 \text{ K}$ محاسبه شده است.

در شکل ۲ نمودار متوسط رسانش حرارتی بین هر جفت از ذرات داخل ساختارهای ویچک را بر حسب فاصله‌ی نسبی میان آن‌ها رسم کردیم. همانطور که در شکل دیده می‌شود، رسانش حرارتی برای تمامی ساختارها، رفتاری نزولی بر حسب فاصله دارد. علاوه بر این، تابعی خطی بر تمامی نمودارها برازش شده است که شیب آن نشان دهنده نرخ کاهش انتقال حرارت بر حسب فاصله است. مشاهده می‌شود که انتقال حرارت در ساختارهای فرکتالی VF4 و VF6 نسبت به ساختار تناوبی VF2 با افزایش فاصله سریعتر افت می‌کنند. این افت سریع به معنای کوتاه‌برد بودن انتقال حرارت در ساختارهای



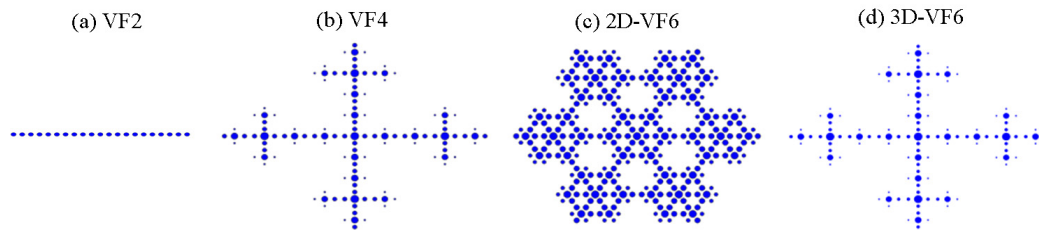
شکل ۳: نمودار کیفی رسانش حرارتی بین ذرات مجاور در ساختار (a) فرکتالی VF۴ و (b) تناوبی VF۲ ذرات به صورت نقاط کوچک (رنگ قرمز) و انتقال حرارت بین آن‌ها با دایره‌هایی (آبی رنگ) نشان داده شده است. اندازه دایره‌های آبی رنگ معیاری از رسانش حرارتی بین ذرات طرفین آن است.

فرکتالی است. همچنین مشاهده می‌شود که شیب نمودار رسانش حرارتی بر حسب فاصله در ساختارهای فرکتالی، $2D-VF6$ و $VF6$ نیز با یکدیگر متفاوت است. دلیل این امر نیز تفاوت در نمای تابع همبستگی این دو ساختار است. شایان ذکر است که شیب خطوط برازش شده بر نمودارها، با رابطه‌ی مقیاس‌بندی تابع همبستگی بر حسب فاصله، ارتباط دارد. ساختار تناوبی VF۲ با $\gamma = 0$ ، کمترین افت در انتقال حرارت و ساختار فرکتالی $3D-VF6$ با $\gamma = -1/23$ بیشترین افت در انتقال حرارت را دارند. انتظار داریم کوتاه‌برد بودن حرارت روی ساختارهای فرکتالی باعث جایگزیدگی حرارت روی این ساختارها شود. در ادامه به بررسی کیفی جایگزیدگی انتقال حرارت در ساختارهای فرکتالی می‌پردازیم.

۵ جایگزیدگی انتقال حرارت در ساختارهای فرکتالی

به منظور بررسی جایگزیدگی انتقال حرارت، در ابتدا به مطالعه انتقال حرارت میان زوج ذرات مجاور (نزدیکترین همسایه‌ها) در ساختارهای فرکتالی و تناوبی می‌پردازیم. بدیهی است که به واسطه اثرات بس ذره‌ای، انتقال حرارت میان زوج ذرات مجاور به موقعیت آنها در سامانه بستگی دارد. در شکل ۳، انتقال حرارت میان زوج ذرات مجاور در سامانه‌های VF۴ و VF۲ صورت کیفی نمایش داده شده است. در این شکل، ذرات به صورت نقاط کوچک (رنگ قرمز) و انتقال حرارت بین آن‌ها با دایره‌هایی (آبی رنگ) نشان داده شده است. اندازه دایره آبی رنگ معیاری از اندازه انتقال حرارت میان ذرات طرفین آن است. همانطور که مشاهده می‌شود در ساختار VF۴ رسانش حرارتی میان زوج ذرات، به موقعیت آنها در ساختار بستگی دارد. در مقابل در ساختار VF۲ یک ساختار منظم است، این وابستگی مشاهده نمی‌شود و انتقال حرارت میان تمامی زوج ذرات مجاور، تقریباً یکسان است. این تفاوت تأییدی بر جایگزیدگی بودن انتقال حرارت در ساختارهای فرکتالی است.

به منظور نشان دادن دقیقتر این جایگزیدگی، در شکل ۴ نمودار کیفی رسانش حرارتی هر ذره با تمام ذرات موجود در ساختار برای چینشهای فرکتالی و غیرفرکتالی نمایش داده شده است. در این شکل، رسانش حرارتی هر ذره با تمامی ذرات موجود در ساختار، با دایره (آبی رنگ) در محل هر ذره نشان داده شده است. این بار نیز اندازه دایره، معیاری از رسانش ذره با کل ذرات ساختار است. مشاهده می‌شود که در ساختار تناوبی VF۲، تبادل انرژی هر ذره با تمامی ذرات موجود در ساختار، مستقل از موقعیت فضایی آن است. به بیانی دیگر، رسانش حرارتی کل برای تمام ذرات ساختار یکسان است و انتقال حرارت جایگزیده نیست. از سویی دیگر، در ساختارهای فرکتالی VF۴ و $2D-VF6$ این جایگزیدگی به وضوح دیده می‌شود و رسانندگی حرارتی برای برخی نانوذرات موجود در انبوه بسیار بالاتر از مقدار آن برای دیگر ذرات (و حتی همسایه مجاورش) است. به منظور نمایش جایگزیدگی انتقال حرارت در فرکتال $3D-VF6$ برشی عرضی از آن در قسمت d شکل ۴ نمایش داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، جایگزیدگی رسانش حرارتی کل در این ساختار در مقایسه با $2D-VF6$ (که بعد فرکتالی یکسانی با آن دارد) به مراتب بیشتر است. این تفاوت، افت شدید انتقال حرارت در ساختار $3D-VF6$ در مقایسه با $2D-VF6$ در شکل ۲ را تصدیق می‌کند. شایان ذکر است که مطابق با رابطه ۱۴، وابستگی خصوصیات حرارتی سامانه به چیدمان هندسی، مستقل از جنس ذرات در معادلات وارد شده است. لذا تغییر جنس ذرات



شکل ۴: مقایسه جایگزیدگی حرارت در فرکتال‌های ویچک؛ (a) VF2، (b) VF4، (c) 2D-VF6، (d) 3D-VF6. مجموع رسانش حرارتی بین هر ذره و تمام ذرات ساختار توسط دایره‌های آبی رنگ در محل هر ذره نشان داده شده است.

(تغییر قطبش پذیری مورد استفاده)، تأثیری بر روند کلی نتایج نخواهد داشت. محاسبات مشابه برای نانوذرات غیرفلزی سیلیکا نشان دادند که مشابه با سامانه‌های فلزی، انتقال حرارت در سامانه‌های تناوبی بلند برد و در سامانه‌های فرکتالی کوتاه برد هستند.

۶ بحث

در این مقاله به بررسی رسانش حرارتی بین ذرات در ساختارهای فرکتالی پرداختیم. مشاهده شد که رسانش حرارتی در ساختارهای فرکتالی برخلاف ساختارهای تناوبی یک کمیت کوتاه‌برد است. همچنین محدوده‌ی برد انتقال حرارت در ساختارهای فرکتالی با بعد فرکتالی مختلف، متفاوت است. نتایج نشان دادند که برد موثر انتقال حرارت در ساختارهای فرکتالی با نمای تابع همبستگی دو نقطه‌ای آنها ارتباط مستقیم دارد. مشاهده شد که در انتقال حرارت در ساختارهای تناوبی، بلند برد است. در مقابل، عدم تقارن انتقالی در ساختارهای فرکتالی باعث کوتاه‌برد بودن انتقال حرارت در این ساختارها و در نتیجه جایگزیدگی حرارت در این ساختارها می‌شود.

مراجع

- [1] Song B., Fiorino A., Meyhofer E., Reddy P., 2015, AIP Advances 5,053503
- [2] Manjavacas A., Garcia de Abajo F. J., 2012, Phys. Rev. B 86,075466
- [3] Ben-Abdallah Ph., Joulain K., Drevillon J., Domingues G., 2009, Journal of Applied Physics, 106(4), 044306
- [4] Ottens R. S., et al., 2011, Phys. Rev. Lett., 107: 014301
- [5] Basu S., Zhang Z. M., Fu C. J., 2009, Int. J. Energy Res. 33,1203
- [6] Kittel A., Müller-Hirsch W., Parisi J., Biehs S. A., Reddig D., Holthaus M., 2005, Phys. Rev. Lett. 95, 224301
- [7] Chen K., Santhanam P., Sandhu S., Zhu L., Fan S., 2015, Phys. Rev. B 91, 134301
- [8] Choubdar O. R., Nikbakht M., 2016, J. Appl. Phys. 120, 144303
- [9] Messina R., Tschikin M., Biehs S. A., 2013, Phys. Rev. B 88, 104307
- [10] Ben-Abdallah P., Biehs S. A., Joulain K., 2011, Phys. Rev. Lett., 107, 114301
- [11] Nikbakht M., 2017, Phys. Rev. B, 96:125436

[12] Nikbakht M., 2014, J. Appl. Phys. 116 094307.

[13] Vicsek T., "fractal growth phenomena", (World Scientific, Singapore, 1989).